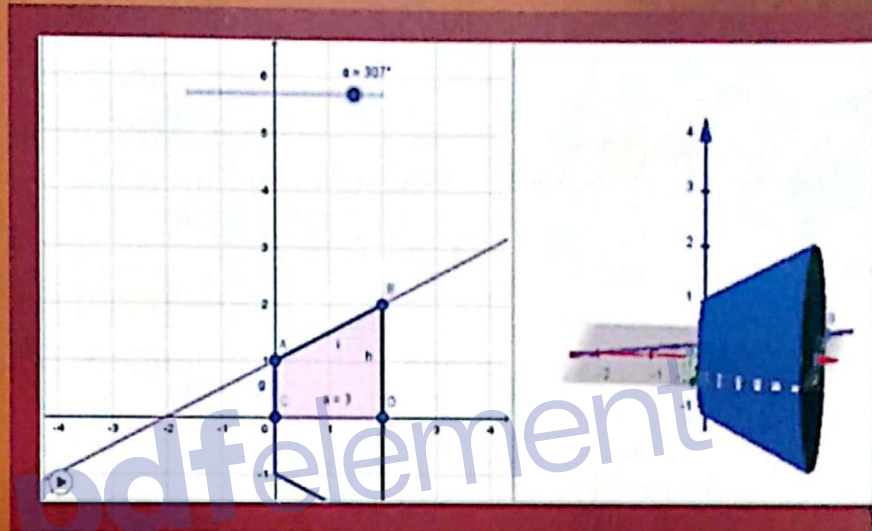


FUNGSI DAN KALKULUS

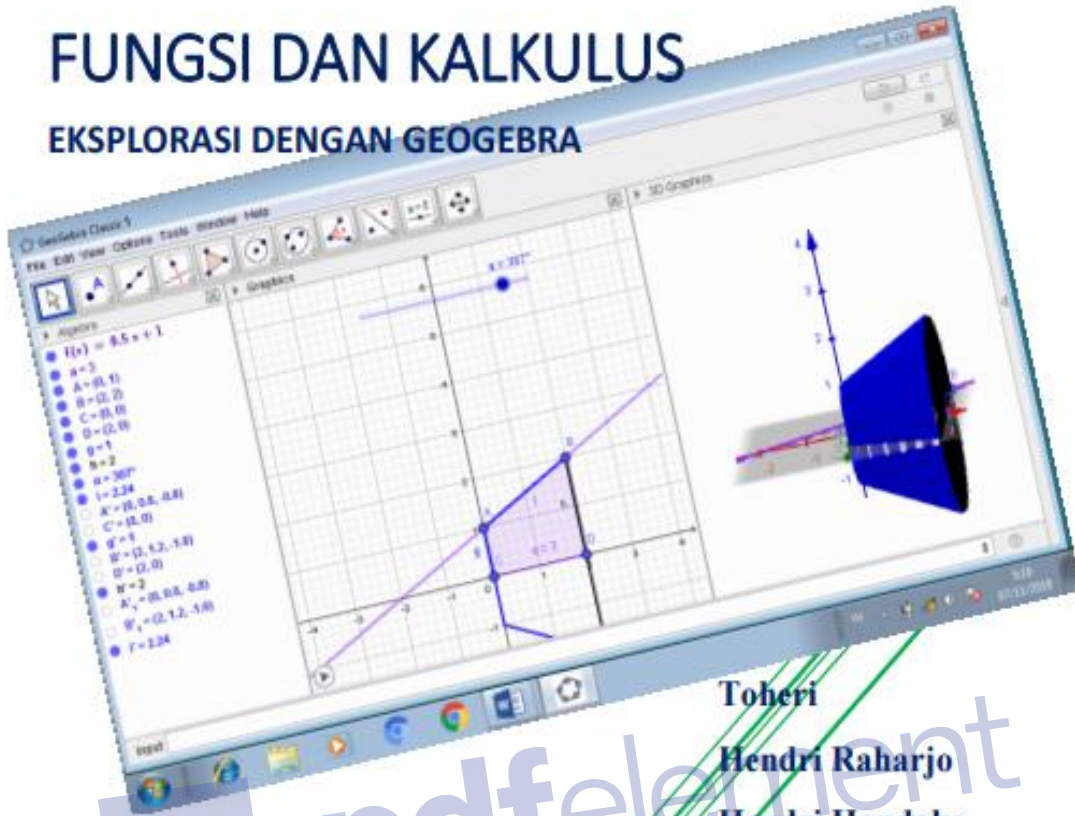
EKSPLORASI DENGAN GEOGEBRA



Toheri
Hendri Raharjo
Hendri Handoko

FUNGSI DAN KALKULUS

EKSPLORASI DENGAN GEOGEBRA



Toheri
Hendri Raharjo
Hendri Handoko



Perpustakaan Nasional Republik Indonesia : Katalog Dalam Terbitan (KDT)

ISBN
978-602-0834-58-0

Judul Buku
Fungsi Dan Kalkulus
Eksplorasi dengan Geogebra

Penulis:
Toheri
Hendri Raharjo
Hendri Handoko

Editor
Widodo Winarso
Onwardono Rit Riyanto

Desain Sampul: Confident
Setting & Layout Isi: Confident

Di Terbitkan oleh:

(CV. CONFIDENT)

Jalan Karang Anyar, No. 177, Jamblang Cirebon 45157, Telp/Fax. (0231) 341253

Email : areconfident@gmail.com

Edisi: Revisi Nopember 2018

Hak Cipta ada pada penulis dan dilindungi Undang-Undang Nomor 19 Tahun 2002,
Pasal 2, Ayat (1) dan Pasal 72 Ayat (1) dan (2) tentang Hak Cipta.
Dilarang memperbanyak buku ini, tanpa ijin dari penulis dan penerbit Confident.

Kata Pengantar

Syukur Alhamdulillah kita panjatkan kehadiran Allah SWT. Atas rahmat dan hidayahNya Bahan Ajar Fungsi dan Kalkulus Berbasis Geogebra ini bisa diselesaikan dengan baik. Modul ini disusun dalam rangka membantu mahasiswa untuk melatih ketrampilan penggunaan software Geogebra untuk meningkatkan pemahaman tentang konsep-konsep dalam fungsi dan Kalkulus.

Modul ini terdiri dirancang untuk 12 kali pertemuan praktek. Pertemuan pertama, berisi tentang eksplorasi menu dan tools yang disediakan geogebra berkaitan dengan konsep fungsi dan kalkulus. Pada pertemuan ini akan dikenalkan berbagai fasilitas-fasilitas yang disediakan oleh Geogebra.

Pertemuan kedua, ketiga, keempat dan kelima kita diajak untuk mengeksplorasi berbagai jenis fungsi dan transformasi fungsi. Diawali dari fungsi linier, kuadrat, mutlak dan akar, fungsi eksponen dan logaritma, serta berbagai jenis transformasi yang disediakan dalam geogebra.

Pertemuan Keenam dan ketujuh berkaitan dengan eksplorasi limit fungsi dan turunan. Pada limit fungsi kita diajak untuk menganalisis kapan nilai limit dikatakan ada atau tidak ada. Pada kegiatan ini kita juga diajak untuk melihat nilai limit fungsi taktentu, termasuk didalamnya asymptot sebuah grafik. Pada turunan, kita diajak untuk mendekati turunan sebagai perluasan dari konsep gradien garis dan juga menentukan nilai turunan dan turunan fungsi.

Pertemuan kedelapan berkaitan dengan anti turunan. Kegiatan ini berkaitan dengan penentuan turunan taktentu dengan menggunakan menu aljabar dan menu CAS. Termasuk didalamnya menganalisis hasil dari keduanya. Pertemuan kesembilan berkaitan dengan penggunaan geogebra untuk notasi sigma.

Pertemuan kesepuluh, berkaitan dengan luas poligon. Geogebra memungkinkan dengan cepat untuk menentukan hasil perhitungan luas poligon baik poligon dalam, poligon luar ataupun gabungan keduanya. Sedangkan pertemuan kesebelas dan duabelas berkaitan dengan penggunaan integral tentu dan aplikasinya.

Penulis menyadari bahwa bahan ajar ini masih memiliki kekurangan baik dalam penyajian ataupun muatan materinya. Kritik dan ssaran dari pembaca dan pengguna sangat diperlukan untuk perbaikan kedepan.

Cirebon, Nopember 2018

Penulis

Daftar Isi

Kata Pengantar.....	1
Daftar Isi.....	2
KEGIATAN 1.....	3
KEGIATAN 2.....	7
KEGIATAN 3.....	13
KEGIATAN 4.....	22
KEGIATAN 5.....	29
KEGIATAN 6.....	35
KEGIATAN 7.....	42
KEGIATAN 8.....	53
KEGIATAN 9.....	57
KEGIATAN 10.....	62
KEGIATAN 11.....	68
KEGIATAN 12.....	74
Daftar Pustaka.....	82

KEGIATAN 1 MENGENAL GEOGEBRA UNTUK KALKULUS

Tujuan

Peserta mengenal berbagai fasilitas yang disediakan geogebra untuk menyelesaikan persoalan-persoalan berkaitan dengan Fungsi, Transformasi Fungsi, Limit, Kalkulus, khususnya Kalkulus Integral

Dasar Teori

Perkembangan teknologi sangat membantu dalam memahami berbagai konsep dalam matematika dan juga membantu dalam menyelesaikan beberapa persoalan yang sulit diselesaikan secara aljabar.

Geogebra dengan fasilitas yang dimilikinya sangat membantu. Fasilitas penggambaran grafik untuk fungsi aljabar, fungsi trigonometri, fungsi rasional, fungsi eksponen, fungsi logaritma juga disediakan dan dengan mudah digunakan. Selain itu, berbagai jenis operasi fungsi juga dapat dilakukan dalam geogebra, penentuan nilai maksimum, nilai minimum, nilai limit, nilai turunan dan turunan fungsi dapat di tentukan. Pendekatan polygon untuk menghitung luas daerah di bawah kurva, jumlah Riemann dan integral tentu dengan mudah dicari melalui geogebra.

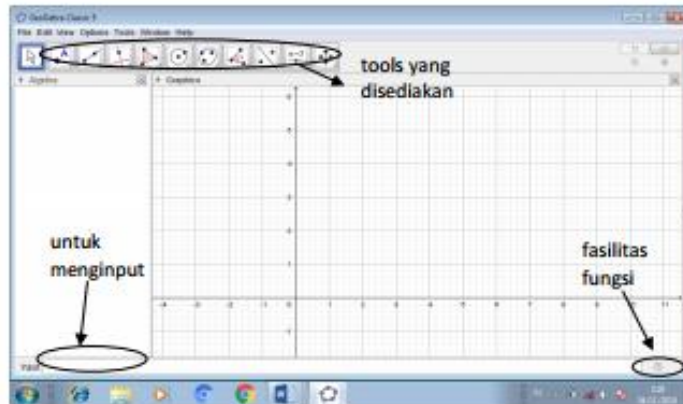
Geogebra sendiri merupakan software yang bersifat open source sehingga sangat mudah mencarinya. Untuk lebih memahami kegunaan geogebra, kita akan lihat berbagai fasilitas yang disediakan. Lebih khusus, kita akan mengeksplorasi tentang jenis-jenis fungsi, bagian function dan calculus yang langsung berkaitan dengan materi perkuliahan tentang kalkulus, baik kalkulus I ataupun Kalkulus II.


Langkah-langkah

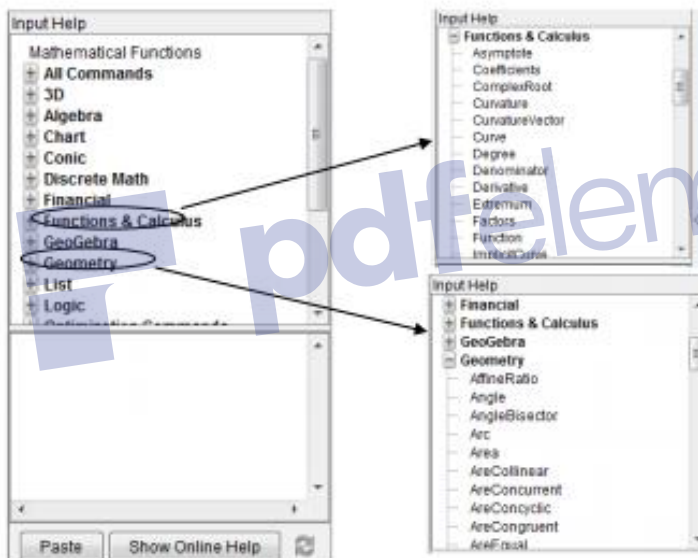
1. Buka geogebra, sehingga akan tampil menu berikut;



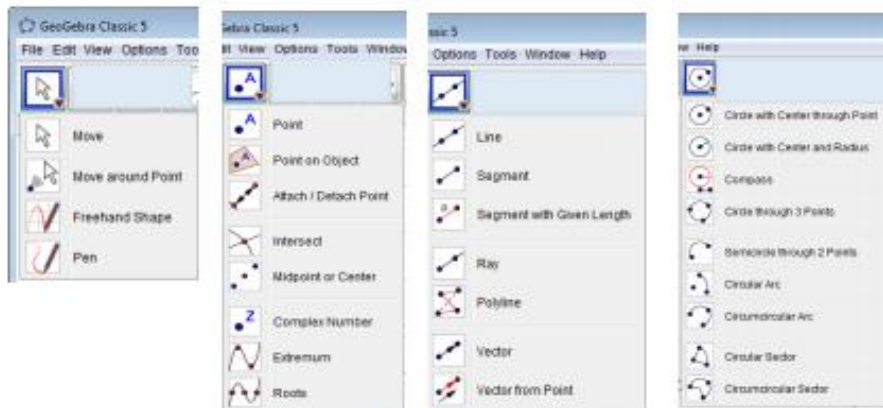
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar dari Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Dilarang mengumumkkan atau memperbanyak karya ilmiah ini dalam bentuk apapun tanpa seizin Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.



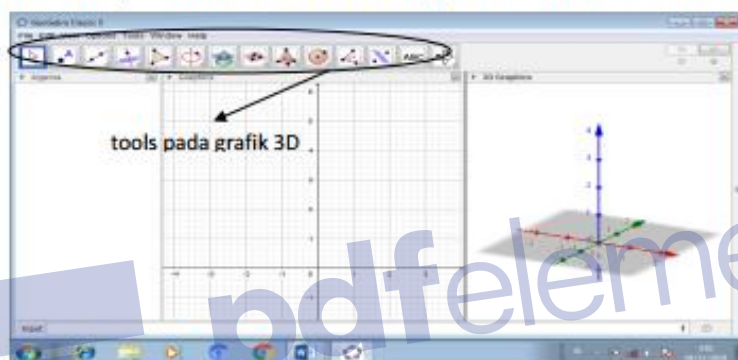
2. Klik  pada bagian pojok kanan bawah, akan muncul berbagai jenis fasilitas yang dapat digunakan. Sebagai contoh, dapat dilihat pada gambar di bawah,



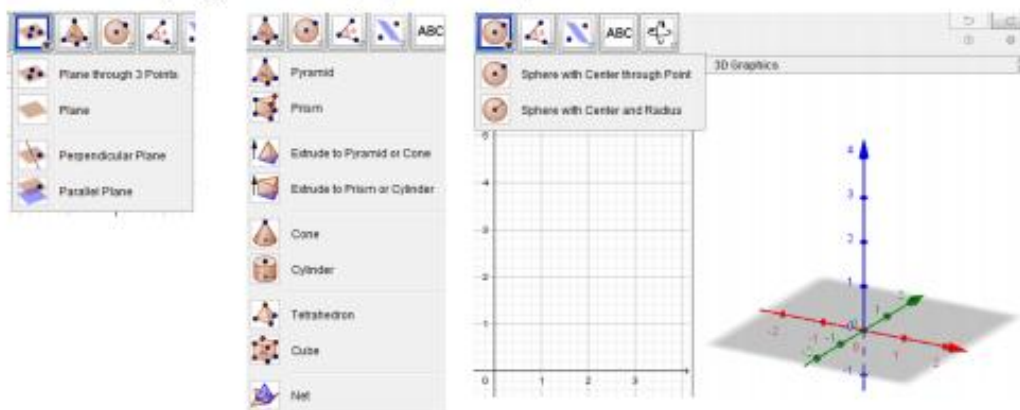
3. Selanjutnya untuk lebih mengeksplorasi fasilitas yang disediakan, marilah kita klik tools yang disediakan, seperti berikut;



4. klik view pada menu dan klik 3D Grapics, akan muncul berikut;



5. Selanjutnya untuk lebih mengeksplorasi fasilitas yang disediakan, marilah kita klik tools yang disediakan, seperti berikut;





1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar dari Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Dilarang mengumumkan atau memperbanyak karya ilmiah ini dalam bentuk apapun tanpa seijin Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.

Penguatan

1. Cobalah klik beberapa tools yang ada pada, seperti pada langkah 3 dan catatlah apa yang disediakan?
2. Cobalah klik beberapa tools yang ada pada, seperti pada langkah 5 dan catatlah apa yang disediakan?

Motivasi

“Cobalah terus eksplorasi, jangan takut salah dalam belajar Geogebra”



KEGIATAN 2 EKSPLOKASI FUNGSI LINIER

Tujuan

Peserta dapat membuat grafik fungsi linier dari dua titik yang diketahui, titik dengan gradien, hubungan dua garis, dan tranformasi garis.

Dasar Teori

Fungsi linier memiliki bentuk umum, $ax + by = c$ dengan a, b, c bilangan real.

Persamaan atau fungsi linier dapat ditentukan melalui dua titik, $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ melalui rumus;

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Sedangkan, apabila diketahui satu titik, $A(x_1, y_1)$ dan gradien m , maka persamaan linier dapat ditentukan melalui rumus;

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Gradien sebuah garis menyatakan naik turunnya sebuah garis, dimana;

- i. untuk $m > 0$, maka grafik garis naik
- ii. untuk $m < 0$, maka grafik garis turun
- iii. untuk $m = 0$, maka grafik garis datar

Misalkan garis l dan garis k , masing-masing memiliki gradien m_1 dan m_2 maka

- (i) keduanya berpotongan, apabila $m_1 \neq m_2$
- (ii) Keduanya sejajar, apabila $m_1 = m_2$ dan tidak ada titik potong
- (iii) Keduanya berimpit, apabila $m_1 = m_2$ dan ada titik potong

Langkah-Langkah

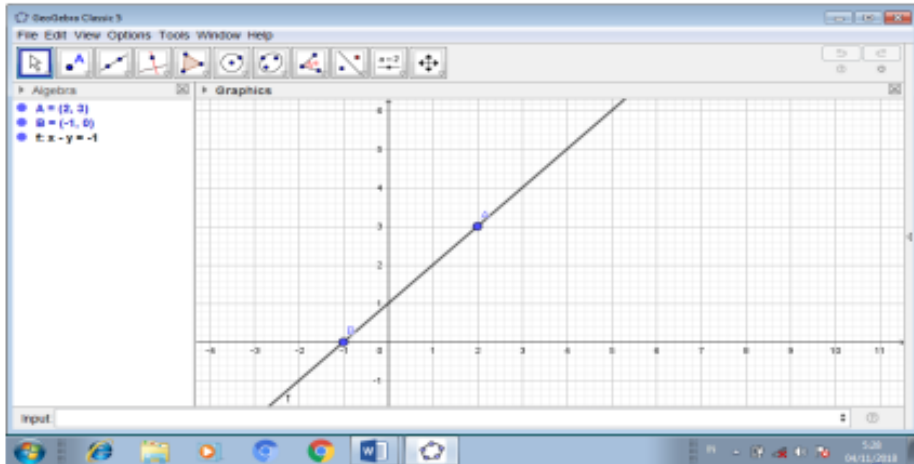
Menggambar garis melalui dua titik

1. Ketiklah $A=(2,3)$ pada bagian input, lalu tekan Enter, sehingga akan nampak titik A pada kordinat kartesius.
2. Ketiklah $B=(-1,0)$ pada bagian input, lalu tekan Enter, sehingga akan nampak titik B pada kordinat kartesius.

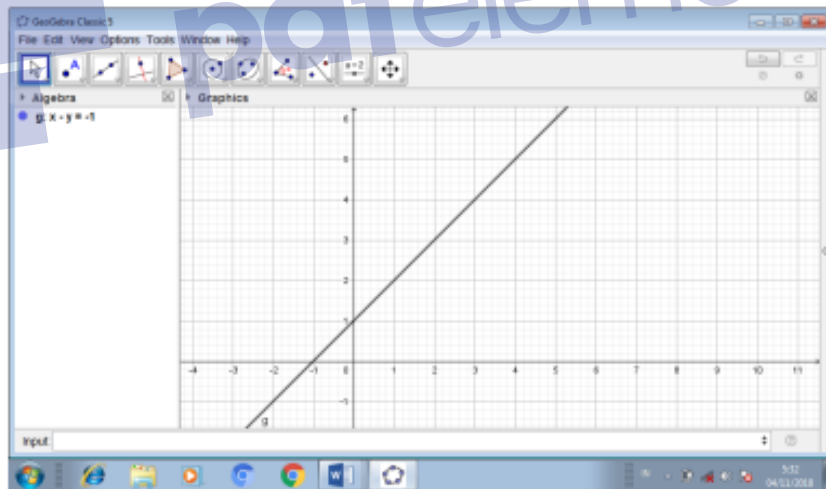


1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak mengizinkan kepentingan yang wajar dari Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Dilarang mengumumkkan atau memperbanyak karya ilmiah ini dalam bentuk apapun tanpa seizin Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.



3. Selanjutnya ketik $\text{line}(A,B)$ pada bagian input, lalu tekan Enter sehingga dalam **graphics** akan nampak grafik persamaan garis yang kita cari, sedangkan pada bagian **algebra** akan nampak titik A, B dan persamaan garis yang kita cari. Perhatikan gambar berikut;



Selain itu, Anda bisa langsung mengetik $\text{line}((2,3),(-1,0))$ pada input, lalu tekan Enter, maka akan nampak sebagai berikut;



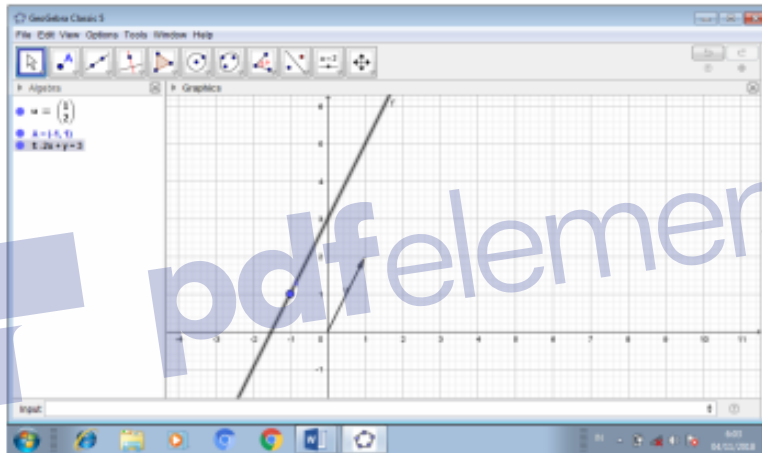
Selain dua cara tadi, Kita bisa menggambar melalui tools yang disediakan, melalui langkah berikut;

1. Klik tools berlambang  , maka akan muncul pilihan garis, lalu klik tombol  sehingga tombol tersebut berwarna biru (tanda nyala).

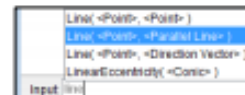
2. selanjutnya arahkan kursor pada koordinat (2,3) dan klik, arahkan kembali kursor pada titik (-1,0) dan klik, maka akan terbentuk garis dan persamaan seperti gambar pada langkah 3.

Membuat persamaan garis dan grafiknya apabila diketahui titik dan gradiennya. Gradien dalam geogebra dinyatakan dengan arah vektor (untuk $m = 2$, maka vektor $= \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$)

1. Ketik vector((2,1)) untuk menyatakan $m = 2$ pada **input**, lalu Enter, akan muncul pada **graphic** sebuah vektor \underline{u} .
2. Lalu ketik $A = (-1,1)$ pada **input**, lalu tekan Enter, akan muncul titik A di **graphics**
3. Selanjutnya, ketik $\text{line}(A,u)$ dan tekan Enter, maka akan muncul persamaan garis yang melalui titik $A(-1,1)$ dengan gradien $m = 2$,

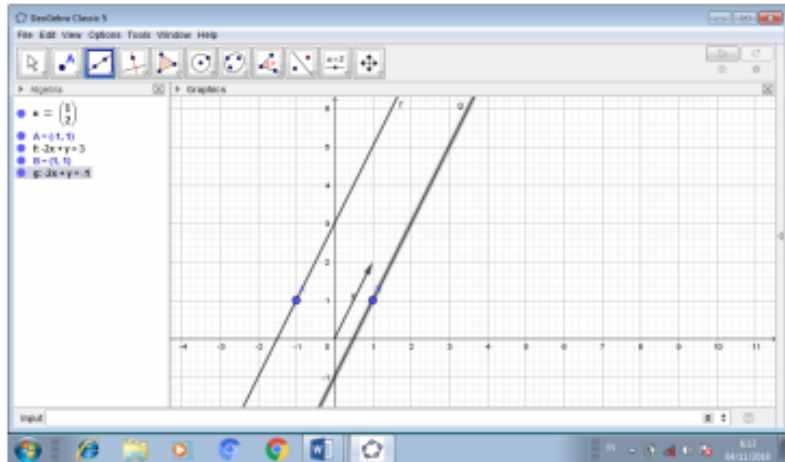


4. Sekarang buatlah sebuah titik sembarang yang tidak terletak pada garis, misal $B(1,1)$, dengan cara ketik $B=(1,1)$ pada input, lalu tekan Enter
5. Ketik line pada input, lalu pilih $\text{line}(\langle \text{Point} \rangle, \langle \text{Paralelline} \rangle)$ dan tekan Enter
6. Ketik $\text{line}(B,f)$ pada input, lalu tekan Enter, maka di graphic akan muncul garis yang melalui B dan sejajar dengan garis f.





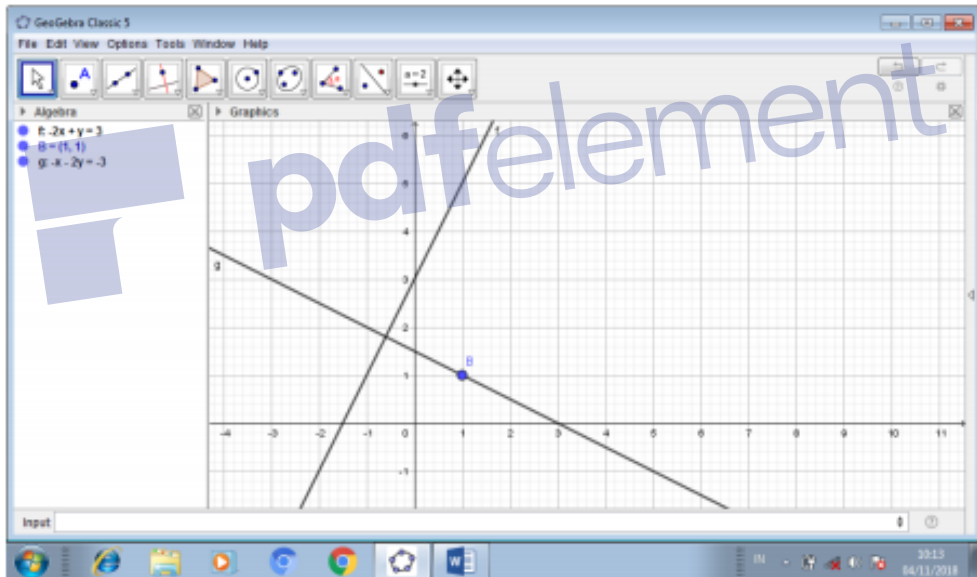
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar dari Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Dilarang mengumumkan atau memperbanyak karya ilmiah ini dalam bentuk apapun tanpa seijin Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.



Membuat persamaan garis dari satu titik yang tegak lurus ke garis lain


Misalkan $B(1,1)$, yang tegak dengan garis $f: -2x+y=3$

1. Ketik `PerpendicularLine(B, f)` pada bagian input, lalu tekan Enter, sehingga akan nampak gambar berikut;

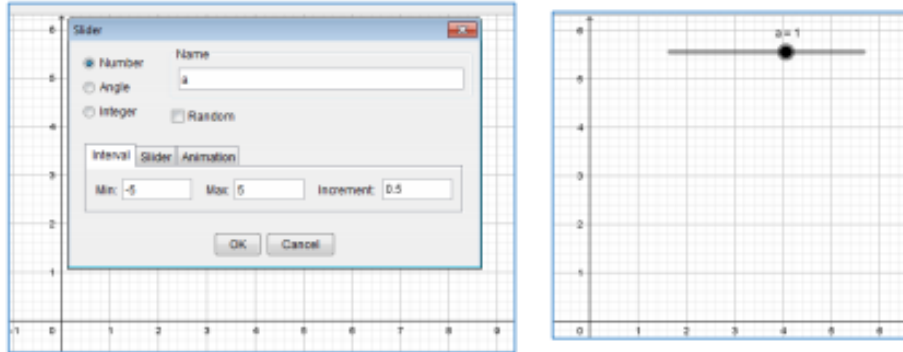


Dari gambar dapat dilihat bahwa garis $g: -2x - y = -3$ atau $2x + y = 3$ merupakan garis yang tegak lurus $f: -2x+y=3$ dan melalui titik $B(1,1)$.

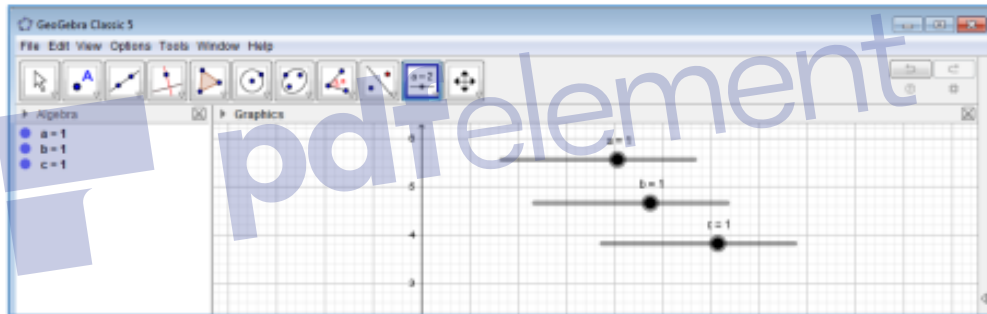
Membuat persamaan garis dan grafik dengan bentuk umum $ax + by + c = 0$.

1. Arahkan kursor pada tools yang berbentuk , lalu klik sehingga berwarna biru di bagian sisinya

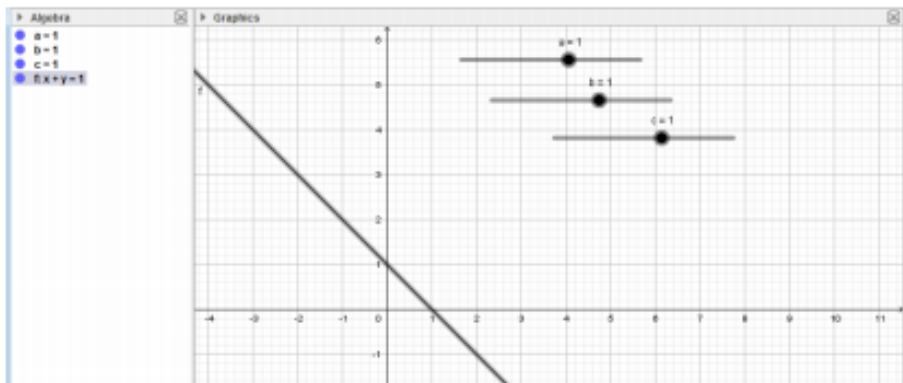
2. Arahkan kursor pada kordinat lalu klik sehingga muncul kotak slider berikut; kemudian isilah slider; tandai number, nama slider (sementara biarkan a), increment misal 0,5



3. Tekan OK, akan muncul, seperti gambar sebelah kanan
4. Lanjutkan buatn slider untuk b dan c dengan cara seperti pada langkah 2 dan 3, sehingga akan diperoleh seperti berikut;



5. Ketiklah pada bagian input, $ax+by=c$, lalu tekan Enter, akan tampak gambar berikut;

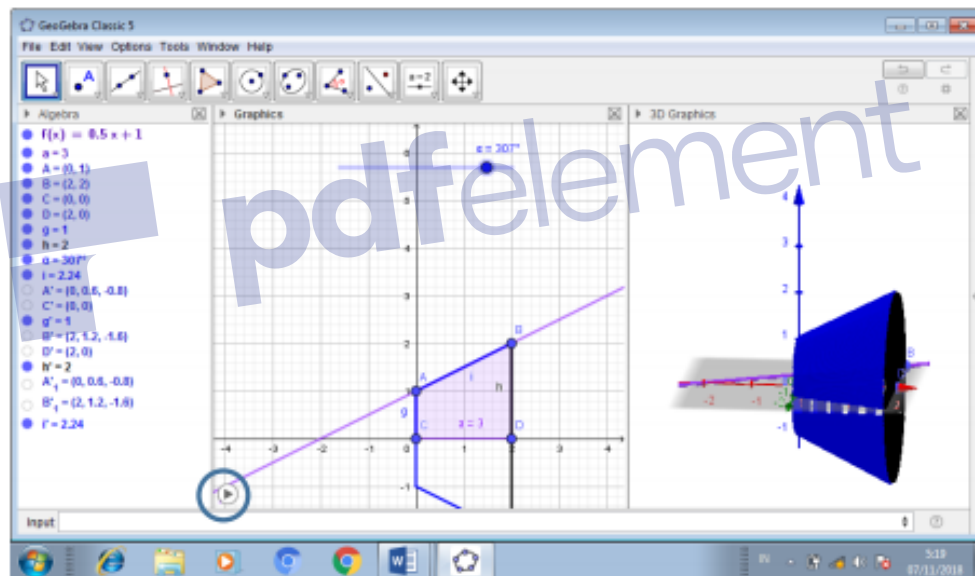


Grafik di atas merupakan grafik dari persamaan $x + y = 1$ (karena nilai $a=b=c=1$)



1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak mengizinkan kepentingan yang wajar dari Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Dilarang mengumumkan atau memperbanyak karya ilmiah ini dalam bentuk apapun tanpa seizin Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.

4. Ketik, Segmen(AC), tekan Enter akan muncul g
5. Ketik, Segmen(BD), tekan Enter akan muncul h
6. Ketik, Segmen(AB), tekan Enter akan muncul i
7. Buat sliders, nama= α , tandai angel, interval 0^0 sampai 360^0 , increment 1^0 , tekan Enter
8. Ketik Rotate(g, α ,xAxis), lalu tekan Enter akan muncul g'
9. Ketik Rotate(h, α ,xAxis), lalu tekan Enter akan muncul h'
10. Ketik Rotate(i, α ,xAxis), lalu tekan Enter akan muncul i'
11. Pada silders α , klik kanan, lalu klik Animation on
12. Pada g',h',i', klik kanan lalu klik Trace on (untuk membuat animasi benda putarnya)
13. Lalu, klik View, dan klik Graphics 3D



Pada bagian graphics ada tanda play, klik untuk menjalankan animasi benda putarnya,

14. Klik, Volume=Integral(pi*f^2,0,2), klik Enter maka akan muncul Volume=14,66 (inilah volume yang kita cari)

Daftar Pustaka

1. Dovermann, Karl H.1999.*Applied Calculus*. Tersedia online di www.math.hawaii.edu
2. Dovermann, Karl H.2003.*A Summary of Calculus*. Tersedia online di www.math.hawaii.edu.
3. Larson, R. and Edwards, B.H.(2010). *Calculus*. Nine Edition, Cengage Learning: USA.
4. Purcell, E.J & Varberg, D., 1992, *Kalkulus dan Geometri Analisis*, Jakarta:Erlangga, Jilid 1, edisi 7
5. Purcell, E.J dan Varberg,D. 1987.Kalkulus dan Geometri Analitis (Alih Bahasa, Bana Kartasasmita, I nyoman Susila, Rawuh). Edisi 5, Jilid 1, Erlangga:Jakarta
6. Purcell, E.J., Rigdon, S.E. and Varberg, D. (2000). *Calculus*. International Edition: ninth Edition. Prentice-Hall, Inc : New Jersey
7. Purcell, E.J., Rigdon, S.E. and Varberg, D. (2000). *Calculus*. International Edition: Eight Edition. Prentice-Hall, Inc : New Jersey
8. Toheri.(2015). *Kalkulus Integral*. Eduvision
9. Toheri dan Onwardono Rit Riyanto. Modul Praktikum Kalkulus II. Nurjatipress. 2016
10. Varberg, Pycell,and Ringdon.(2008). *Calculus*. Eight Edition, New Jersey : Prentice-Hall.
11. Varberg, Pycell,and Ringdon.(2008). *Kalkulus* (Terjemahan Calculus ninth edition oleh I. Nyoman. Susila). Jakarta : Erlangga.
12. <https://www.geogebra.org/?lang=en>



© Hak Cipta Milik Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber :
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar dari Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Dilarang mengumumkan atau memperbanyak karya ilmiah ini dalam bentuk apapun tanpa seijin Perpustakaan IAIN Syekh Nurjati Cirebon.

KOLEKSI PUSAT PERPUSTAKAAN IAIN SNJ CIREBON

