

BAB I PENDAHULUAN

1. 1. Latar Belakang

Para ilmuwan, terutama yang berada di bidang aljabar, selalu tertarik pada pengembangan teori graf. Akhir-akhir ini, pembelajaran graf menjadi pembahasan yang menarik karena masalah disajikan dalam bentuk graf yang memudahkan untuk memilih solusi dari berbagai metode pemecahan masalah. (Soleha, 2015).

Teori graf merupakan bidang matematika yang penting karena telah memberikan banyak manfaat praktis. Pada tahun 1735, matematikawan Jerman Euler mengembangkan teori grafik untuk memecahkan teka-teki di kota Königsberg (Rosen, 2012). Seiring waktu, pada tahun 1857, ahli matematika William Rowan Hamilton menyusun teka-teki yang membutuhkan cara untuk menemukan jenis lintasan khusus, yang sekarang dikenal sebagai lintasan Hamilton.

Graf adalah suatu himpunan yang terdiri dari pasangan yang terurut, yaitu dari titik atau simpul dan garis atau sisi yang memiliki dua pemetaan yang berfungsi sebagai sumber dan target. Pemetaan pertama mengarahkan titik atau simpul ke garis atau sisi yang disebut sebagai sumber, dan pemetaan kedua mengarahkan garis atau sisi ke titik atau simpul yang disebut sebagai target. Graf berarah itu termasuk salah jenis graf didasarkan dari garisnya. Beberapa literatur aljabar menyebutkan bahwa graf berarah adalah quiver (Kurniawan, 2016).

Sebuah quiver dipandang sebagai pasangan 4-tupel yang ditulis $Q = (Q_0, Q_1, s, t)$. Himpunan *vertex* atau titik (simpul) adalah Q_0 dan himpunan *edges* atau garis (sisi) adalah Q_1 , dan s, t merupakan pemetaan dari himpunan garis atau *edges* ke himpunan titik atau *vertex*, yaitu $s, t : Q_1 \rightarrow Q_0$, untuk setiap $\alpha \in Q_1$ berlaku $s(\alpha) \in Q_0$ sebagai fungsi s disebut asal atau sumber (*source*) dari garis dan untuk setiap $\alpha \in Q_1$ berlaku $t(\alpha) \in Q_0$ sebagai fungsi t disebut ujung atau target (*range*) dari garis. Suatu himpunan barisan titik (*vertex*) dan garis (*edges*) yang

berawal dari suatu titik dan berakhir pada suatu titik lainnya atau mungkin hanya titik itu sendiri disebut sebagai lintasan (Nurfauzan, 2019).

Quiver Q mendefinisikan semua lintasan dalam quiver Q yang dinotasikan dalam $Path(Q)$. Jika himpunan semua lintasan dalam $Path(Q)$ diberikan suatu definisi operasi perkalian, himpunan tersebut akan membentuk suatu struktur semigrup. Struktur semigrup $Path(Q)$ dan sebarang lapangan K akan membentuk struktur baru disebut semigrup lapangan. Semigrup lapangan ternyata sebuah K -aljabar.

Dalam penelitian ini, akan dibahas tentang hubungan antara quiver dan K -aljabar. Pendekatan yang akan dilakukan melalui analisis konstruksi aljabar lintasan dan sifat-sifatnya. Dengan demikian, dapat dibuktikan bahwa salah satu sifat dari aljabar lintasan, yaitu jalur pelayaran di Indonesia yang dipresentasikan sebagai graf dan hasilnya dapat dibentuk menjadi quiver dengan lintasan Hamilton.

1. 2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, masalah yang dikemukakan, peneliti memformulasikan rumusan masalah penelitian sebagai berikut :

1. Bagaimana konstruksi aljabar lintasan dengan menggunakan quiver dan K -aljabar?
2. Bagaimana hubungan quiver dengan K -aljabar terhadap sifat aljabar lintasan?

1. 3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang disampaikan, tujuan penelitian dapat ditentukan sebagai berikut :

1. Mengetahui konstruksi aljabar lintasan dengan menggunakan quiver dan K -aljabar.
2. Mengetahui hubungan quiver dengan K -aljabar terhadap sifat aljabar lintasan.

1. 4. Manfaat Penelitian

1.4.1. Manfaat Teoritis

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi baru dalam ilmu pengetahuan dan memperluas wawasan. Penelitian ini juga bertujuan untuk membangun hasil penelitian sebelumnya dan memberikan bahan untuk penelitian serupa selanjutnya.

1. 5. Metode Penelitian

Menurut Narbuko & Ahmadi (1997), metode penelitian adalah berpikir cermat yang menggunakan sesuatu dengan cara melakukan sesuatu untuk mencapai suatu tujuan. Sedangkan menurut Umar (2008), metode merupakan salah satu pemeriksaan sesuatu dengan baik. Jadi konsep metode penelitian adalah tentang cara-cara meneliti secara cermat dengan menggunakan akal pikiran untuk mencapai tujuan melalui langkah-langkah yang telah ditentukan sebelumnya.

1.5.1. Pendekatan dan Jenis Penelitian

Mengenai desain penelitian, dalam penelitian ini akan dijelaskan mengenai jenis penelitian dan pendekatan yang akan dilakukan. Pertama, mengenai pendekatan yang akan digunakan adalah pendekatan penelitian deskriptif, menurut Narbuko & Ahmadi (2009) penelitian deskriptif merupakan penelitian yang menggunakan tahapan-tahapan untuk memecahkan masalah berdasarkan data-data (pengambilan data, penyajian data, analisis data, dan interpretasi data). Penelitian ini juga dapat bersifat komparatif dan korelatif. Kedua, untuk jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kualitatif sehingga dapat dikatakan bahwa penelitian ini bersifat kualitatif (Narbuko & Ahmadi, 2009). Oleh sebab itu desain dalam penelitian ini dapat juga dikatakan sebagai penelitian deskriptif kualitatif.

1.5.2. Sumber Data

Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer dan data sekunder. Kedua sumber data ini digunakan untuk mengumpulkan informasi yang dibutuhkan dalam penelitian (Subagyo, 1991).

Menurut Joko Subagyo data primer merupakan data yang dikumpulkan oleh peneliti yang berkaitan dengan obyek penelitian. Sedangkan data sekunder adalah data yang didapatkan dari hasil kepustakaan. Umumnya data sekunder ini digunakan untuk melengkapi data primer (Subagyo, 1991). Dalam penelitian ini, data primer dan sekunder akan digunakan untuk memperkuat argumen dan memperoleh wawasan yang lebih luas dalam hubungan antara quiver dengan K-aljabar. Analisis data primer akan melibatkan membaca dan memahami jurnal yang dipilih, sedangkan analisis data sekunder akan melibatkan pengumpulan informasi dari sumber-sumber pendukung yang relevan.

Tabel I.1
Data Primer
Data Primer

No.	Jurnal	Nama Penulis
1.	Quiver dari Aljabar Lintasan Terhubung	Vika Yugi Kurniawan
2.	Kesemiprimaan Aljabar Lintasan dan Aljabar Lintasan Leavitt	Khurul Wardati

Tabel I.2
Data Primer

Data Sekunder		
No.	Jurnal	Nama Penulis
1.	Quiver and <i>Path</i> Algebra	Jim Stark

2.	Quiver sebagai Representasi Aljabar	Intan Muchtadi-Alamsyah
3.	Kajian Sifat-Sifat Graf Pembagi-Nol dari Ring Komutatif dengan Elemen Satuan	Soleha, dkk.
No.	Buku	Nama Penulis
1.	Stuktur Grup	Muhamad Ali Misri
2.	Teori Grup	Sri Suryanti
3.	Matematika Diskrit	Samuel Wibisono
4.	Buku Ajar Aljabar Linear	Yuliant Sibaroni
5.	Graph Theory with Applications Fifth Edition	John Andrian Bondy
No.	Skripsi	Nama Penulis
1.	K-Aljabar Pada Grup Komutatif dan Grup Tidak Komutatif	Faridah Arifin
2.	Kesemiripan Aljabar Lintasan dan Lapangan	Adji Ismail Nurfauzan

1.5.3. Teknik Pengumpulan Data

Penelitian studi pustaka bertujuan untuk memperoleh informasi tentang masalah yang akan diterjemahkan dengan menganalisis sumber bacaan (Ruslan, 2008). Kegiatan studi literatur meliputi metode pengumpulan data dari perpustakaan, membaca dan mencatat informasi, serta mengelola bahan penelitian. Kajian pustaka adalah proses pengumpulan buku, jurnal, artikel, atau majalah yang terkait dengan masalah yang diteliti (Danial & Warsiah, 2009).

Teknik pengumpulan data yang tepat untuk memperoleh data primer dan sekunder seperti bahan literatur (buku, jurnal, skripsi) adalah melalui studi pustaka

atau studi literatur. Maka teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi pustaka/literatur.

Metode pengumpulan data adalah pengumpulan informasi yang sesuai dengan topik pembicaraan dari berbagai sumber, seperti buku, jurnal dan hasil kajian yang ada (Arikunto, 1990). Informasi atau data dikumpulkan dan kemudian diolah dengan:

1. Editing: Tahap pemeriksaan dan koreksi dari data yang didapatkan dalam penelitian terkait hubungan quiver dan K-aljabar untuk memastikan informasi yang diperoleh lengkap dan jelas.
2. Organizing: Mengatur informasi yang dikumpulkan sehubungan dengan topik penelitian, hubungan quiver dan K-aljabar, mengikuti kerangka pemikiran dan disusun secara sistematis.
3. Mendapatkan hasil: Tahap analisis, deskripsi dan pemahaman dari data yang dikumpulkan tentang objek penelitian, yaitu hubungan quiver dan K-aljabar, dengan menggunakan teori, metode dan aturan yang telah ditentukan, untuk mencapai kesimpulan dan menjawab masalah yang diteliti.

1.5.4. Analisis Data dan Teknik Pembuktian

Teknik analisis non-statistik ini akan membantu mengevaluasi dan memahami data yang dikumpulkan melalui pembacaan dan interpretasi dari jurnal, buku, dan sumber lain yang terkait dengan hubungan quiver dan K-aljabar. Dalam teknik ini, data akan dianalisis dan dikelompokkan berdasarkan tema dan kategori, sehingga dapat ditemukan pola dan hubungan antara data. Hasil analisis akan digunakan untuk membuat kesimpulan dan rekomendasi terkait dengan masalah yang diteliti.

Menurut Miles dan Huberman (1984), analisis data kualitatif dilakukan secara berulang dan terus menerus sampai data mencapai tahap jenuh. Adapun aktivitas yang dilakukan selama analisis data termasuk reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan (Sugiyono, 2013). Berikut tahapan mengenai teknik analisis data model Miles dan Huberman, antara lain:

1. Reduksi data

Reduksi data dalam analisis kualitatif adalah proses pemahaman dan pengurangan informasi dari sumber data yang besar, dengan tujuan menemukan pola dan tema yang relevan dan penting. Ini melibatkan pengurutan, penggabungan, dan pengelompokan data agar lebih mudah diterima dan dipahami. Diskusi dengan teman atau ahli dapat membantu memperluas pemahaman dan memberikan pandangan baru, memperkaya hasil reduksi data.

2. Penyajian data

Dalam tahapan penyajian data dalam penelitian kualitatif, data yang sudah direduksi dapat disajikan dalam berbagai bentuk, seperti tabel, grafik, diagram, dan uraian singkat. Data tersebut disusun secara terorganisasi dan dalam pola relasional sehingga mudah dipahami. Banyak penelitian kualitatif menggunakan teks naratif sebagai bentuk display data yang paling umum, seperti yang dikemukakan oleh Miles and Huberman (1984).

3. Penarikan kesimpulan

Langkah terakhir dalam analisis data kualitatif adalah menarik dan menguji kesimpulan. Dalam hal ini, kesimpulan awal yang disajikan masih memerlukan pengujian lebih lanjut melalui data yang dikumpulkan selanjutnya. Kesimpulan akhir yang ditemukan melalui proses ini adalah wawasan baru dan unik yang merupakan hasil dari analisis data yang dilakukan. Temuan dapat berupa gambaran yang lebih jelas tentang objek yang diteliti, hipotesis atau teori tentang suatu hubungan atau interaksi, atau sebagainya.

Sedangkan untuk teknik pembuktian dalam penelitian ini menggunakan berupa teknik pembuktian langsung. Untuk teknik pembuktian ini sangatlah bergantung pada modus ponens: Jika R suatu pernyataan yang bernilai benar dan begitu juga dengan bentuk implikasi $R \rightarrow S$, maka pernyataan S bernilai benar (Misri, 2018). Karena dalam teknik ini dibutuhkan modus ponens maka perlu dikaitkan dengan hukum silogisme.

Silogisme adalah suatu argumentasi yang terdiri dari tiga proposisi yaitu premis mayor dan minor serta kesimpulan. Menurut Drs. Cholid Narbuko berikut 5 Hukum Silogisme, yaitu: silogisme hipotetik, modus ponendo poneus, modus tohenso tollens, modus ponendo tollens, dan modus tollendo poneus.

Sedangkan menurut Prof. Sutrisno Hadi dalam buku Metodologi Penelitian (2009) menyebutkan 4 macam jenis silogisme, yaitu: silogisme kategorik, silogisme hipotetik, silogisme alternatif, dan silogisme disjungtif.

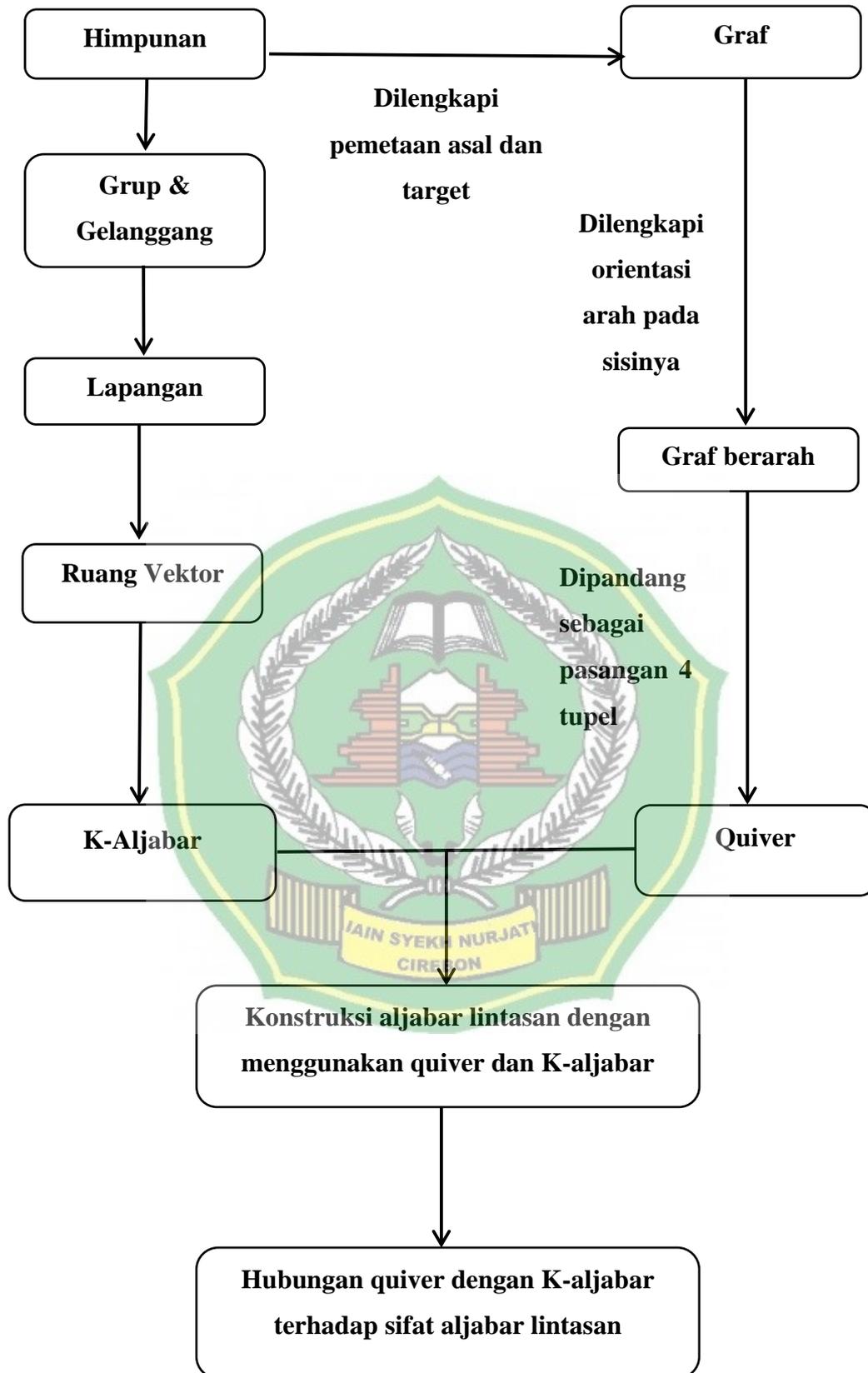
1. 6. Kerangka Pemikiran

Dari hukum silogisme di atas penulis selain menggunakan modus ponens penulis juga akan menggunakan silogisme hipotetik untuk mengambil kesimpulan dari data yang telah diperoleh dan dianalisis sehingga penelitian ini akan menghasilkan kesimpulan yang valid.

Dalam subbab ini membahas tentang proses yang penulis tempuh selama penelitian. Penulis mengambil pembahasan ini dengan tujuan untuk mengetahui konstruksi aljabar lintasan dengan menggunakan quiver dan K-aljabar, hubungan quiver dengan K-aljabar terhadap sifat aljabar lintasan.

Penulis memahami bahwa dalam pembahasan ini terdapat keterkaitan antara materi lain seperti grup dan graf. Oleh karena itu, kajian teori diawali dengan materi graf (teori graf, konsep keterhubungan pada quiver, dan jenis graf), kemudian dilanjutkan dengan grup (himpunan, pemetaan dan operasi, grup, gelanggang, lapangan, dan ruang vektor). Kedepannya, penelitian teoritis ini dapat diperluas dan digunakan sebagai alat untuk mengeksplorasi topik penelitian yang akan diteliti oleh peneliti di masa mendatang.

Perlu diketahui bahwa kajian teori yang sudah selesai belum tentu termasuk dalam syarat penulisan, namun pembahasan tersebut sangat erat kaitannya, salah satunya antara himpunan dengan graf. Menurut definisi, quiver itu sendiri adalah sekumpulan titik dan garis dengan deskripsi di antara keduanya. Jelas, kedua materi memiliki hubungan erat. Berikut akan ditampilkan diagram alir yang menunjukkan kerangka pemikiran tentang hubungan dalam kajian teori.



Gambar I.1
Kerangka Pemikiran

1. 7. Sistematika Penulisan

Penelitian ini secara keseluruhan terdiri atas lima bab pembahasan, di antaranya yaitu bab I pendahuluan terkait hubungan quiver dengan K -aljabar, bab II kajian teori terkait graf dan grup, gelanggang, ruang vektor, bab III kajian teori terkait K -aljabar dan semigrup lapangan, bab IV kajian terkait hubungan quiver dengan K -aljabar dan pembahasan dari masalah penelitian dan bab V adalah penutup.

Bab I pendahuluan. Pada bab I pendahuluan penulis menguraikan latar belakang dalam pengambilan topik permasalahan yang hendak diteliti. Kemudian, memaparkan rumusan masalah, tujuan penelitian dan metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini, serta menguraikan sistematika penulisan dalam penelitian ini agar penulisannya tersusun secara sistematis.

Bab II membahas kajian teori terkait konsep-konsep dasar dalam pembahasan penelitian ini. Konsep-konsep tersebut meliputi teori graf, konsep keterhubungan pada graf, jenis graf, grup dan gelanggang, lapangan, dan ruang vektor.

Bab III membahas mengenai konsep-konsep tersebut meliputi K -aljabar dan semigrup lapangan.

Bab IV membahas terkait jawaban dari rumusan masalah penelitian yang telah dibuat yaitu hubungan quiver dengan K -aljabar.

Bab V membahas kesimpulan dari seluruh pembahasan yang telah penulis lakukan terkait jawaban dari rumusan masalah penelitian yang telah dibuat agar pembaca bisa lebih memahami inti dari penelitian ini. Selain itu, dalam bab ini juga penulis menuliskan beberapa saran terkait dengan penelitian ini.