

**MODUL PRIMA PADA ALJABAR LINTASAN**

**SKRIPSI**



**JURUSAN TADRIS MATEMATIKA  
FAKULTAS ILMU TARBIYAH DAN KEGURUAN  
INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI SYEKH NURJATI CIREBON  
2022M / 1443H**

MODUL PRIMA PADA ALJABAR LINTASAN

SKRIPSI



KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA  
INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI SYEKH NURJATI CIREBON  
2022M / 1443H

## ABSTRAK

### MODUL PRIMA PADA ALJABAR LINTASAN

Dengan berlandaskan bahwa modul prima adalah kejadian khusus dari submodul prima ketika submodul prima 0. Maka submodul prima adalah submodul prima lemah, tetapi submodul prima lemah belum tentu submodul prima. Dengan sebarang ruang vektor  $V$  atas lapangan  $K$ , maka dapat dipandang sebagai modul atas gelanggang  $R$ . Submodul dikatakan prima apabila gelanggang  $R$  prima.  $R$  prima dapat dibuktikan melalui ideal sejati di  $I$  yaitu disebut prima jika  $\forall a, b \in R$  dengan  $ab \in I$ . Aljabar lintasan adalah aljabar dari lapangan  $K$  yang basisnya himpunan-himpunan semua lintasan dalam quiver. Oleh karena itu,  $K - Aljabar$  adalah aljabar lintasan atas  $K$  pada quiver  $Q$ . Penelitian ini menggunakan metode penelitian studi pustaka. Literatur yang diambil berasal dari buku-buku pustaka dan juga artikel-artikel yang diunduh dari sumber internet. Dalam melakukan pembuktian penulis melengkapi tulisan ini dengan definisi, dan sifat yang dapat mendukung teorema. Pendekatan yang digunakan pada penelitian ini adalah pendekatan deskriptif kualitatif, penulis memakai kaidah dasar penarikan kesimpulan serta implikasi yang logis. Sebelum membuktikan keterkaitan antara modul prima pada aljabar lintasan adalah terlebih dahulu membuktikan sebarang ruang vektor  $V$  atas lapangan  $K$  adalah modul atas  $R$ . Langkah kedua, dengan menggunakan definisi ideal prima akan dibuktikan mengenai modul prima. Langkah berikutnya, yaitu menganalisis teorema mengenai aljabar lintasan dari sebarang lapangan  $K$  atas quiver  $Q$  yang disebut aljabar lintasan atas  $KQ$ . Kemudian, dengan menggunakan quiver  $A_n$  dan  $D_n$  akan dibuktikan keterkaitan antara modul prima pada aljabar lintasan. Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh bahwa submodul dikatakan prima jika diberikan  $R - modul M$  dan submodul sejati di  $M$  dan  $N$ . Sedangkan modul dikatakan prima apabila submodul prima 0. Dengan demikian, melalui quiver Dynkin type  $A_n$  dan  $D_n$  telah dibuktikan keterkaitan antara modul prima pada aljabar lintasan.

**Kata kunci:** Quiver, K-Aljabar, Aljabar Lintasan, Modul Prima, Submodul Prima.

## ABSTRACT

### PRIME MODULE IN PATH ALGEBRA


With the basis that the prime module is a special occurrence of the prime submodule when the prime submodule is 0. Then the prime submodule is a weak prime submodule, but a weak prime submodule is not necessarily a prime submodule. With any vector space  $V$  over the field  $K$ , it can be viewed as a module over the ring  $R$ . A sub-module is said to be prime if the ring  $R$  is prime. prime can be proved through a true ideal in  $I$  it is called prime if  $\forall a, b \in R$  with  $ab \in I$ . Path algebra is the algebra of the field  $K$  whose base is the set of all the paths in the quiver. Therefore,  $K - Algebra$  is the upper path algebra of the quiver. This study uses a literature study research method. The literature taken comes from library books and also articles downloaded from internet sources. In carrying out the proof, the author completes this paper with definitions, and properties that can support the theorem. The approach used in this study is a qualitative descriptive approach, the authors use the basic rules of drawing conclusions and logical implications. Before proving the relationship between prime modules in path algebra, it is first to prove that any top vector space  $V$  of the field  $K$  is the top module  $R$ . The second step, using the definition of prime ideals, we will prove the prime module. The next step is to analyze the theorem regarding the path algebra of any field  $K$  over the quiver  $Q$  which is called the top path algebra  $KQ$ . Then, by using a quiver  $A_n$  and  $D_n$  will prove the relationship between the prime modules in path algebra. Based on the research results obtained that the submodule is said to be prime if  $R - module M$  it is given and the true submodule is in  $M$  and  $N$ . Meanwhile, the module is said to be prime if the submodule is prime 0. Thus, through the Dynkin quiver type  $A_n$  and  $D_n$ , it has been proven that the relationship between the prime modules in path algebra has been proven.

**Keywords:** Quiver, K-Algebra, Path Algebra, Prime Module, Prime Submodule.



**LEMBAR PERSETUJUAN**  
**MODUL PRIMA PADA ALJABAR LINTASAN**



  
**Dr. Muhamad Ali Misri, M.Si**  
**NIP. 19824030 201101 1 004**

  
**Herlinda Nur'afwa Sofhya, M.Si**  
**NIP. 19930415 201903 2 007**

## NOTA DINAS

Kepada:

Yth. Ketua Jurusan Tadris Matematika

IAIN Syekh Nurjati Cirebon

di

Cirebon

*Assalamu'alaikum Wr. Wb*

Setelah melakukan bimbingan, telaah, arahan dan koreksi terhadap penulisan skripsi

Nama : Novi Pujianti

NIM : 1808105073

Judul : Modul Prima Pada Aljabar Lintasan

Kami bersepakat bahwa skripsi tersebut sudah dapat diajukan untuk dimunaqosahkan. Atas pertimbangan dan kebijakannya, kami haturkan banyak terima kasih.

*Wassalamu'alaikum Wr. Wb*

Pembimbing I

Cirebon, Juli 2022

Pembimbing II



**Dr. Muhamad Ali Misri, M.Si**  
NIP. 19821030 201101 1 004



**Herlinda Nur'afwa Sofhya, M.Si**  
NIP. 19930415 201903 2 007

## PERNYATAAN KEASLIAN

Bismillahirrahmaanirrahiim

Saya yang bertanda tangan di bawah ini

Nama : Novi Pujianti

NIM : 1808105073

Fakultas / Jurusan : Ilmu Tarbiyah dan Keguruan/ Tadris Matematika

Judul : Modul Prima Pada Aljabar Lintasan

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Skripsi ini merupakan hasil karya penulis yang diajukan untuk memenuhi salah satu persyaratan memperoleh gelar Sarjana (S1) di IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Semua sumber yang penulis gunakan dalam penulisan skripsi ini telah dicantumkan sesuai ketentuan atau pedoman karya tulis ilmiah.
3. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini sebagian maupun keseluruhan isinya merupakan karya plagiat, penulis bersedia menerima sanksi yang berlaku di IAIN Syekh Nurjati Cirebon

Cirebon, 12 Mei 2022  
Pembuat Pernyataan,

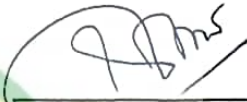




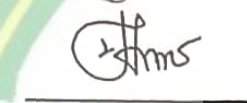
  
**Novi Pujianti**  
**NIM. 1808105073**



## LEMBAR PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul “Modul Prima Pada Aljabar Lintasan” oleh Novi Pujianti NIM. 1808105073 telah di-*munaqosah*-kan pada tanggal 2 Juni 2022 di hadapan dewan penguji dan dinyatakan lulus.

Skripsi ini telah memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd.) pada Jurusan Tadris Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK), Institut Agama Islam Negeri (IAIN) Syekh Nurjati Cirebon.

Tim <i>Munaqosah</i>	Tanggal	Tanda Tangan
<b>Ketua Jurusan</b> Dr. Muhamad Ali Misri, M.Si. NIP 19811030 201101 1 004	28 - 06 - 2022	
<b>Sekretaris Jurusan</b> Hendri Raharjo, M.Kom. NIP 19741212 200604 1 003	27 - 06 - 2022	
<b>Penguji I</b> Widodo Winarso, M.Pd.I NIP 19850413 201101 1 011	10 - 06 - 2022	
<b>Penguji II</b> Nurma Izzati, M.Pd NIP 19841223 201101 2 011	14 - 06 - 2022	
<b>Pembimbing I</b> Dr. Muhamad Ali Misri, M.Si NIP 19811030 201101 1 004	21 - 06 - 2022	
<b>Pembimbing II</b> Herlinda Nur'afwa Shofya, M.Si NIP 19930415 201903 3 101	22 - 06 - 2022	

Mengetahui,  
Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan



**Dr. H. Farihin, M.Pd**

NIP. 19610805 199003 1 004



## RIWAYAT HIDUP



Nama Lengkap : Novi Pujianti  
Tempat/  
Tanggal Lahir : Cirebon/ 13-11-1999  
Jenis Kelamin : Perempuan  
Nama Bapak : Amad Agus Susanto  
Nama Ibu : Ichi Poziyah  
Telp./ HP : 081356154933  
e-mail : Novipujianti98@gmail.com

Alamat Lengkap : Kedung Wungu Pesantren Rt.03 Rw.02 Kel.  
: Kalijaga Kec. Harjamukti Kota Cirebon Jawa  
Barat 45144

### Riwayat Pendidikan:

1. SDN PESANTREN, lulus tahun 2012
2. MTs N 2 CIREBON, lulus tahun 2015
3. MAN 2 CIREBON , lulus tahun 2018
4. IAIN Syekh Nurjati Cirebon, Jurusan Tadris Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, lulus tahun 2022

### Riwayat Organisasi Kemahasiswaan

1. Anggota Unit Kegiatan Mahasiswa Lembaga Dakwah Mahasiswa (LDM), periode 2019-2020.
2. Pengurus Unit Kegiatan Mahasiswa Lembaga dakwah Mahasiswa (LDM), periode 2020-2021.

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena berkat rahmat, kehendak, kekuatan, pertolongan dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Selawat serta salam semoga senantiasa tercurah kepada baginda Rasulullah SAW, keluarga dan para sahabat yang telah memberikan penerangan bagi umat Islam.

Skripsi dengan judul “Modul Prima Pada Aljabar Lintasan” ini disusun untuk memenuhi syarat kelulusan serta untuk memperoleh gelar Sarjana Pendidikan di Institut Agama Islam Negeri (IAIN) Syekh Nurjati Cirebon. Penulis menyadari bahwa dalam menyelesaikan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, iringan do'a dan ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan kepada:

1. Dr. H. Sumanta, M. Ag., Rektor IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Dr. H. Farihin, M. Pd., Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan.
3. Dr. Muhamad Ali Misri, M. Si., Ketua Jurusan Tadris Matematika sekaligus Dosen Pembimbing 1 yang telah memberikan bimbingan, petunjuk, bantuan dan kesabaran dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Herlinda Nur'afwa Shofya, M.Si., Dosen Pembimbing 2 yang telah memberikan bimbingan, petunjuk, bantuan dan kesabaran dalam penyelesaian skripsi ini.
5. Hendri Raharjo, M.Kom., Sekretaris jurusan Tadris Matematika
6. Segenap dosen IAIN Syekh Nurjati Cirebon, khususnya dosen Matematika yang telah memberikan ilmunya dengan sabar dan tanpa pamrih kepada penulis sehingga penulis mempunyai masa depan dan wawasan yang lebih dalam.

7. Ibu dan Bapak saya yang telah membimbing dan mendukung baik dalam bentuk materil maupun non materil. Selalu memberikan motivasi serta semangatnya kepada saya.
8. Teman-teman yang telah mendukung dan mendo'akan saya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang sifatnya membangun dari pembaca sehingga dapat menyempurnakan penulisan skripsi ini.

Akhir kata, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi berbagai pihak yang membutuhkan.

Cirebon, 21 Juli 2022  
Penulis



## DAFTAR ISI

	Halaman
Kata Pengantar .....	ix
Daftar Isi.....	xi
Daftar Tabel .....	xiii
Daftar Gambar.....	xiv
Daftar Lampiran .....	xvi
Bab I Pendahuluan.....	1
1. 1. Latar Belakang Masalah.....	1
1. 2. Rumusan Masalah.....	3
1. 3. Tujuan Penelitian .....	3
1. 4. Manfaat Penelitian .....	4
1.4.1. Manfaat Teoritis.....	4
1. 5. Metode Penelitian.....	4
1. 6. Sistematika Penulisan.....	5
Bab II Struktur Aljabar .....	7
2. 1. Gelanggang .....	7
2. 2. Lapangan.....	15
2. 3. Ruang Vektor Atas Lapangan K.....	18
2. 4. Modul dan Submodul Atas R.....	27
Bab III Aljabar Lintasan.....	30
3. 1. Quiver.....	30
3. 2. Aljabar.....	33
3. 3. K-Aljabar.....	36
3. 4. Aljabar Lintasan Atas KQ.....	38
Bab IV Sifat Prima Pada Aljabar Lintasan .....	49
4. 1. Sifat Prima.....	49
4.1.1. Submodul Prima.....	50
4.1.2. Modul Prima .....	57



4. 2. Modul Prima Pada Aljabar Lintasan .....	61
Bab V Penutup .....	76
5. 1. Kesimpulan .....	76
5. 2. Saran.....	76
Daftar Pustaka .....	78
Lampiran-lampiran.....	82



## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel III.1 Tabel cayley .....	43



## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar II.1 Klasifikasi Gelanggang.....	15
Gambar II.2 Penjumlahan Vektor .....	19
Gambar II.3 Selisih Vektor .....	19
Gambar II.4 Perkalian Skalar Vektor.....	20
Gambar II.5 Kesamaan Vektor .....	20
Gambar III.1 Contoh Graf Berarah.....	32
Gambar III.2 Contoh Graf tak Berarah .....	32
Gambar III.3 Sifat Asosiatif dari A.....	33
Gambar III.4 Sifat Unit di A .....	34
Gambar III.5 Contoh K-aljabar.....	36
Gambar III.6 Contoh Graf E .....	39
Gambar III.7 Contoh Graf.....	39
Gambar III.8 Contoh Lintasan .....	40
Gambar III.9 Contoh Graf Siklus.....	41
Gambar III.10 Contoh Graf dengan Dua Sisi.....	43
Gambar IV.1 Quiver Dynkin Type An .....	63
Gambar IV.2 Subquiver $A_3$ .....	63
Gambar IV.3 Representasi dari $I(v_1)=S(v_1)$ .....	64
Gambar IV.4 Representasi dari $S(v_2)$ .....	64
Gambar IV.5 Representasi $S(v_3)=P(v_3)$ .....	64
Gambar IV.6 Representasi dari $I(v_2)$ .....	65
Gambar IV.7 Representasi dari $P(v_2)$ .....	65
Gambar IV.8 Representasi dari $P(v_1)=I(v_3)$ .....	65
Gambar IV.9 Subquiver $A_3(I)$ .....	66
Gambar IV.10 Representasi dari $I(v_1)=S(v_1)$ .....	66
Gambar IV.11 Representasi dari $P(v_2)=S(v_2)$ .....	66
Gambar IV.12 Representasi dari $I(v_3)=S(v_3)$ .....	67

Gambar IV.13 Representasi dari $P(v_1)$ .....	67
Gambar IV.14 Representasi dari $P(v_3)$ .....	67
Gambar IV.15 Representasi dari $I(v_2)$ .....	68
Gambar IV.16 Subquiver $A_3(2)$ .....	68
Gambar IV.17 Representasi dari $P(v_1)=S(v_1)$ .....	68
Gambar IV.18 Representasi dari $I(v_2)=S(v_2)$ .....	69
Gambar IV.19 Representasi dari $S(v_3)=P(v_3)$ .....	69
Gambar IV.20 Representasi dari $I(v_1)$ .....	69
Gambar IV.21 Representasi dari $P(v_3)$ .....	70
Gambar IV.22 Representasi dari $P(v_2)$ .....	70
Gambar IV.23 Representasi dari $S(v_1)$ .....	70
Gambar IV.24 Representasi dari $S(v_i)$ .....	71
Gambar IV.25 Representasi dari $S(v_n)$ .....	71
Gambar IV.26 Representasi $I(v_n)$ .....	72
Gambar IV.27 Representasi dari $I(v_i)$ .....	72
Gambar IV.28 Representasi dari $M$ .....	72
Gambar IV.29 Dynkin Quiver Type $D_n$ .....	73
Gambar IV.30 Representasi dari $S(v_1)$ .....	73
Gambar IV.31 Representasi dari $S(v_i)$ .....	74
Gambar IV.32 Representasi dari $S(v_n)$ .....	74





## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Literatur Review .....	82
-----------------------------------	----

