

**DIMENSI ALJABAR LINTASAN LEAVITT**

**SKRIPSI**



**JURUSAN TADRIS MATEMATIKA  
FAKULTAS ILMU TARBİYAH DAN KEGURUAN  
INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI SYEKH NURJATI CIREBON  
2022M / 1443H**

DIMENSI ALJABAR LINTASAN LEAVITT

SKRIPSI

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd) pada Jurusan Tadris Matematika

LUTFIAH QOTTRUN NADA'  
NIM. 1808105189

CIREBON

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA  
INSTITUT AGAMA ISLAM NEGERI SYEKH NURJATI CIREBON  
2022M / 1443H

## ABSTRAK

### DIMENSI ALJABAR LINTASAN LEAVITT

Suatu graf perluasan  $\hat{E}$  dan lapangan  $K$  dapat membentuk suatu aljabar lintasan Leavitt dengan memenuhi relasi *Cuntz-Kreager*. Aljabar lintasan Leavitt dapat dinotasikan dengan  $L_k(E)$ . Salah satu sifat aljabar lintasan Leavitt yaitu terkait dimensi. Dimensi pada aljabar lintasan Leavitt dapat dikelompokkan menjadi dua yaitu dimensi hingga dan tak hingga. Pada penelitian ini metode yang digunakan adalah metode studi pustaka (*library research*). Literatur diambil dari berbagai sumber seperti buku, buku online, jurnal nasional maupun jurnal internasional yang diunduh dari internet. Pembuktian dilakukan dengan mengaitkan antara definisi, sifat dan teorema. Pendekatan yang digunakan adalah pendekatan deskriptif kualitatif. Langkah pertama penulis membuktikan aljabar lintasan Leavitt memiliki dimensi hingga. Kemudian mengaitkan dimensi hingga dengan dimensi tak hingga. Selain itu, menunjukkan contoh graf berarah yang dapat mempresentasikan dimensi hingga dan dimensi tak hingga pada aljabar lintasan Leavitt. Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh bahwa aljabar lintasan Leavitt dapat dikatakan berdimensi hingga jika himpunan titik  $E^0$  berhingga dan graf yang membangunnya adalah graf asiklik. Sedangkan aljabar lintasan Leavitt dapat dikatakan berdimensi tak hingga jika himpunan titik  $E^0$  tak hingga dan graf yang membangunnya memiliki siklus. Contoh graf yang dapat mempresentasikan dimensi hingga pada  $L_k(E)$  adalah graf garis  $M_n(K)$  dan dimensi tak hingga pada  $L_k(E)$  adalah  $O_\infty$ . Dengan demikian dimensi hingga dan dimensi tak hingga pada aljabar lintasan Leavitt saling berkebalikan yang dapat dilihat dari himpunan titik dan graf pembangunnya.

**Kata kunci:** Dimensi Hingga, Dimensi Tak Hingga, Graf Asiklik, Graf siklus, Aljabar Lintasan Leavitt.

## ABSTRACT

### DIMENSIONAL LEAVITT PATH ALGEBRAS

An extended graph  $\hat{E}$  and field  $K$  can form a Leavitt path algebra by satisfying the Cuntz-Kreager relation. Leavitt's path algebra can be denoted by  $L_k(E)$ . One of the algebraic properties of Leavitt's path is related to dimensions. Dimensions in Leavitt path algebra can be grouped into two, namely finite and infinity dimensions. In this research, the method used is library research. Literature is taken from various sources such as books, online books, national journals and international journals downloaded from the internet. Proof is done by linking definitions, properties and theorems. The approach used is a qualitative descriptive approach. The author's first step is to prove Leavitt's path algebra has finite dimensions. Then associate the finite dimension with the infinite dimension. In addition, it shows an example of a directed graph that can represent finite dimensions and infinite dimensions in Leavitt path algebra. Based on the research results, it is obtained that the Leavitt path algebra can be said to have finite dimension if the vertex set  $E^0$  is finite and the graph that constructs it is an acyclic graph. Meanwhile, the Leavitt path algebra can be said to be infinite if the vertex set  $E^0$  is infinite and the graph that constructs it has cycles. An example of a graph that can represent a finite dimension at  $L_k(E)$  is a line graph  $M_n(K)$  and an infinite dimension at  $L_k(E)$  is  $O_\infty$ . Thus, the finite and infinite dimensions of Leavitt path algebra are inversely related to each other, which can be seen from the set of vertex and the constructing graph.

**Keywords:** Finite Dimension, Infinite Dimension, Acyclic Graph, Cycle Graph, Leavitt Path Algebra.

**LEMBAR PERSETUJUAN**  
**DIMENSI ALJABAR LINTASAN LEAVITT**



**Dr. Muhamad Ali Misri, M.Si**  
**NIP. 19811030 201101 1 004**



**Herlinda Nur'afwa Sofhya, M.Si**  
**NIP. 19930415 201903 2 007**

## NOTA DINAS

Kepada:

Yth. Ketua Jurusan Tadris Matematika

IAIN Syekh Nurjati Cirebon

di

Cirebon

*Assalamu'alaikum Wr. Wb*

Setelah melakukan bimbingan, telaah, arahan dan koreksi terhadap penulisan skripsi

Nama : Lutfiah Qottrun Nada'

NIM : 1808105189

Judul : Dimensi Aljabar Lintasan Leavitt

Kami bersepakat bahwa skripsi tersebut sudah dapat diajukan untuk dimunaqosahkan. Atas pertimbangan dan kebijakannya, kami haturkan banyak terima kasih.

*Wassalamu'alaikum Wr. Wb*

Cirebon, Agustus 2022

Pembimbing I

Pembimbing II



**Dr. Muhamad Ali Misri, M.Si**  
NIP. 19811030 201101 1 004



**Herlinda Nur'afwa Sofhya, M.Si**  
NIP. 19930415 201903 2 007

## PERNYATAAN KEASLIAN

Bismillahirrahmaanirrahiim

Saya yang bertanda tangan di bawah ini

Nama : Lutfiah Qottrun Nada'

NIM : 1808105189

Fakultas / Jurusan : Ilmu Tarbiyah dan Keguruan/ Tadris Matematika

Judul : Dimensi Aljabar Lintasan Leavitt

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Skripsi ini merupakan hasil karya penulis yang diajukan untuk memenuhi salah satu persyaratan memperoleh gelar Sarjana (S1) di IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Semua sumber yang penulis gunakan dalam penulisan skripsi ini telah dicantumkan sesuai ketentuan atau pedoman karya tulis ilmiah.
3. Apabila dikemudian hari terbukti bahwa skripsi ini sebagian maupun keseluruhan isinya merupakan karya plagiat, penulis bersedia menerima sanksi yang berlaku di IAIN Syekh Nurjati Cirebon

Cirebon, 09 Agustus 2022

1



Lutfiah Qottrun Nada'  
NIM. 1808105189

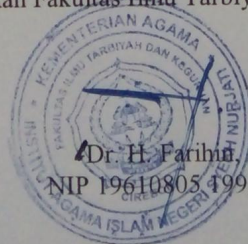
## LEMBAR PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul “Dimensi Aljabar Lintasan Leavitt” oleh Lutfiah Qotrun Nada’ NIM. 1808105189 telah di-munaqosah-kan pada tanggal 15 Juni 2022 di hadapan dewan penguji dan dinyatakan lulus.

Skripsi ini telah memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd.) pada Jurusan Tadris Matematika, Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan (FITK), Institut Agama Islam Negeri (IAIN) Syekh Nurjati Cirebon.

Tim Munaqosah	Tanggal	Tanda Tangan
<b>Ketua Jurusan</b> Dr. Muhamad Ali Misri, M.Si. NIP 19811030 201101 1 004	02-08-2022	
<b>Sekretaris Jurusan</b> Hendri Raharjo, M.Kom. NIP 19741212 200604 1 003	22-07-2022	
<b>Penguji I</b> Sirojudin Wahid, M.Pd. NIP 19900617 201701 3 101	01-07-2022	
<b>Penguji II</b> Nurma Izzati, M.Pd. NIP 19841223 201101 2 011	23-06-2022	
<b>Pembimbing I</b> Dr. Muhamad Ali Misri, M.Si. NIP 19811030 201101 1 004	01-07-2022	
<b>Pembimbing II</b> Herlinda Nurafwa Sofhya M. Si. NIP 19930415 201903 2 007	04-07-2022	

Mengetahui  
Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan



Dr. H. Farihin, M.Pd.  
NIP 19610805 199003 1 004



## RIWAYAT HIDUP



Nama Lengkap : Lutfiah Qottrun Nada'  
Tempat/ Tanggal Lahir : Cirebon, 26 Agustus 2000  
Jenis Kelamin : Perempuan  
Nama Bapak : Turmudzi Al Usman  
Nama Ibu : Afiyah  
Telp./ HP : 083195631782  
e-mail : [qottrunnada26@gmail.com](mailto:qottrunnada26@gmail.com)

Alamat Lengkap : Jl. Sunan Gunung Jati No.16 RT/RW 001/004 Desa  
Jatimerta Kecamatan Gunung Jati Kabupaten Cirebon  
45151

### Riwayat Pendidikan:

1. SDN 1 Jatimerta, lulus tahun 2012
2. MTsN 1 Kota Cirebon , lulus tahun 2015
3. MAN 1 Kabupaten Cirebon, lulus tahun 2018
4. IAIN Syekh Nurjati Cirebon, Jurusan Tadris Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, lulus tahun 2022.

### Riwayat Organisasi Kemahasiswaan

1. Anggota Departemen Ilprof Himka Jurusan Tadris Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan, periode 2020/2021.
2. Bendahara Cirebon In Charity, periode 2019/2020.

## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena berkat rahmat, kehendak, kekuatan, pertolongan dan hidayah-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurah kepada baginda Rasulullah SAW, keluarga dan para sahabat yang telah memberikan penerangan bagi umat Islam.

Skripsi dengan judul “Dimensi Aljabar Lintasan Leavitt” ini disusun untuk memenuhi syarat kelulusan serta untuk memperoleh gelar Sarjana Pendidikan di Institut Agama Islam Negeri (IAIN) Syekh Nurjati Cirebon. Penulis menyadari bahwa dalam menyelesaikan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, iringan do’a dan ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya penulis sampaikan kepada:

1. Dr. H. Sumanta, M. Ag., Rektor IAIN Syekh Nurjati Cirebon.
2. Dr. H. Farihin, M. Pd., Dekan Fakultas Ilmu Tarbiyah dan Keguruan.
3. Dr. Muhamad Ali Misri, M. Si., Ketua Jurusan Tadris Matematika
4. Hendri Raharjo, M.Kom., sekretaris jurusan Tadris Matematika
5. Dr. Muhamad Ali Misri, M.Si., Dosen Pembimbing 1 yang telah memberikan bimbingan, petunjuk, bantuan dan kesabaran dalam penyelesaian skripsi ini.
6. Herlinda Nur’afwa Sofhya, M.Si., Dosen Pembimbing 2 yang telah memberikan bimbingan, petunjuk, bantuan dan kesabaran dalam penyelesaian skripsi ini.
7. Segenap dosen IAIN Syekh Nurjati Cirebon, khususnya dosen Matematika yang telah memberikan ilmunya dengan sabar dan tanpa pamrih kepada penulis sehingga penulis mempunyai masa depan dan wawasan yang lebih dalam.
8. Bapak dan Mama yang selalu mendoakan, memahami dan mensupport dalam mengerjakan skripsi ini.

9. Dan teman-teman seperjuangan yang telah memberikan dukungan dan belajar bersama.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang sifatnya membangun dari pembaca sehingga dapat menyempurnakan penulisan skripsi ini.

Akhir kata, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat bagi berbagai pihak yang membutuhkan.

Cirebon, 09 Agustus 2022

Lutfiah Qottrun Nada'



## DAFTAR ISI

	Halaman
Kata Pengantar.....	ix
Daftar Isi.....	xi
Daftar Tabel.....	xiii
Daftar Gambar .....	xiv
Daftar Lampiran.....	xvi
Bab I Pendahuluan.....	1
1. 1. Latar Belakang.....	1
1. 2. Identifikasi Masalah.....	3
1. 3. Batasan Masalah .....	3
1. 4. Rumusan Masalah.....	3
1. 5. Tujuan Penelitian .....	4
1. 6. Manfaat Hasil Penelitian.....	4
1. 7. Metode Penelitian .....	5
1. 8. Kerangka Pemikiran.....	5
1. 9. Sistematika Penulisan .....	7
Bab II Struktur Aljabar.....	9
2. 1. Himpunan dan Pemetaan.....	9
2. 2. Ruang Vektor.....	11
2. 3. Grup .....	18
2. 4. Gelanggang.....	25
2. 5. Graf .....	25
Bab III Aljabar Lintasan Leavitt.....	38
3. 1. Aljabar Atas Lapangan.....	38
3. 2. Aljabar Lintasan .....	39
3. 3. Aljabar Lintasan Leavitt.....	47
Bab IV Dimensi Hingga Pada Aljabar Lintasan Leavitt .....	52
4. 1. Dimensi Hingga pada Aljabar Lintasan Leavitt .....	52

4. 2.	Dimensi Tak Hingga pada Aljabar Lintasan Leavitt .....	58
4. 3.	Contoh Graf Berarah yang Dapat Merepresentasikan Aljabar Lintasan Leavitt Berdimensi Hingga .....	61
4. 4.	Contoh Graf Berarah yang Dapat Merepresentasikan Aljabar Lintasan Leavitt Berdimensi Tak Hingga .....	63
Bab V	Penutup.....	65
5. 1.	Kesimpulan.....	65
5. 2.	Saran .....	66
Daftar Pustaka	.....	67
Lampiran-lampiran	.....	70



## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel II.1	Operasi $*$ pada himpunan $\{a, b\}$ ..... 18
Tabel II.2	Tabel Senarai Ketetangaan ..... 37
Tabel III.1	Operasi $\odot$ Pada Contoh 1 Himpunan Lintasan ..... 42
Tabel III.2	Operasi $\odot$ Pada Contoh 2 Himpunan Lintasan ..... 43



## DAFTAR GAMBAR

		Halaman
Gambar I.1	Diagram Alir.....	7
Gambar II.1	Homomorfisme grup.....	23
Gambar II.2	Graf $E$ dengan 4 titik dan 4 garis.....	26
Gambar II.3	Graf Sederhana, Graf Ganda dan Graf Semu.....	27
Gambar II.4	Graf Berarah (Graf $G$ ).....	27
Gambar II.5	Graf Lengkap $K_n, 1 \leq n \leq 6$ .....	28
Gambar II.6	Graf Berbobot.....	29
Gambar II.7	Graf Lingkaran $C_n, 3 \leq n \leq 6$ .....	29
Gambar II.8	Graf Isomorfik.....	30
Gambar II.9	Graf kosong $N_n, 1 \leq n \leq 5$ .....	30
Gambar II.10	Graf $G$ dengan 4 titik dan 3 garis.....	31
Gambar II.11	Graf $C_6$ .....	32
Gambar II.12	Graf $P_6$ dengan $lp_6 = 5$ .....	32
Gambar II.13	Graf $J$ dengan $\delta(J)=1$ dan $\Delta(J)=6$ .....	33
Gambar II.14	Graf berarah $K$ dengan 9 titik dan 11 garis.....	33
Gambar II.15	Graf Berarah dan Matriks Ketetanggaannya.....	35
Gambar II.16	Graf Tak Berarah dengan Matriks Ketetanggaannya.....	35
Gambar II.17	Graf Berbobot dan Matriks Ketetanggaannya.....	36
Gambar II.18	Graf Tak Berarah dan Matriks Bersisiannya	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
Gambar III.1	Lintasan Loop.....	40
Gambar III.2	Lintasan $\alpha$ (Siklus).....	40
Gambar III.3	Lintasan $\mu$ (Asiklik).....	41
Gambar III.4	Contoh 1 aljabar lintasan.....	42
Gambar III.5	Contoh 2 Aljabar Lintasan.....	43
Gambar III.6	Contoh 3 Aljabar Lintasan.....	44
Gambar III.7	Contoh 4 Aljabar Lintasan.....	45

Gambar III.8 Contoh 1 Aljabar Lintasan Leavitt..... 48

Gambar III.9 Contoh 2 Aljabar Lintasan Leavitt..... 49

Gambar III.10 Contoh 3 Aljabar lintasan Leavitt..... 50

Gambar IV.1 Graf garis  $M_n(K)$  dengan n-titik ..... 53

Gambar IV.2 Graf yang Terputus-putus  $\{M_{n_i}\}_{i=1}^t$  ..... 53

Gambar IV.3  $M_1(K)$  sebagai Ideal Satu Dimensi..... 54

Gambar IV.4 Graf  $F$  (Indeks Jangkauan  $n(v_i)$  dan Kardinalitas  $Rv_i$ ) ..... 54

Gambar IV.5 Aljabar lintasan Leavitt  $L_K(E)$  ..... 61

Gambar IV.6 Contoh Dimensi Hingga pada  $L_k(E)$  ( $A = \bigoplus_{i=1}^t M_{n_i}(K)$  dengan  $n_i \geq 2$  ..... 62

Gambar IV.7 Contoh Dimensi Hingga pada  $L_k(E)$  ( $L_k(E) \cong M_2(K) \oplus M_2(K) \oplus M_3(K)$ )..... 62

Gambar IV.8 Contoh Dimensi Tak Hingga pada  $L_k(E)$  ( graf  $O_\infty$ ) ..... 63

Gambar IV.9 Contoh Dimensi Tak Hingga pada  $L_k(E)$  ( $L_k(E) \cong$  graf  $O_\infty$ ).. 64





## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Literatur Review .....	70
Lampiran 2	Abstrak Jurnal yang Dianalisis .....	75
Lampiran 3	Kartu Bimbingan .....	78

