

BAB I PENDAHULUAN

1. 1. Latar Belakang Masalah

Graf adalah himpunan pasangan berurutan yang dibangun oleh himpunan titik (*vertex*) dan himpunan garis (*edges*) yang dilengkapi oleh dua pemetaan. Dua pemetaan yang dimaksud di sini adalah pemetaan yang berasal dari himpunan garis ke himpunan titik, yang daerah pemetaannya disebut sumber (*source*) dan ujung garis pada graf (*range*). Graf seperti ini disebut graf berarah (*quiver*).

Dengan mendefinisikan operasi perkalian sebagai himpunan, himpunan semua lintasan dalam graf menghasilkan struktur semigrup. Selanjutnya, untuk sembarang graf Q dan lapangan K , dapat didefinisikan suatu K -aljabar yang disebut aljabar lintasan atas lapangan K pada Q (aljabar lintasan KQ) yang memiliki basis berupa himpunan semua lintasan yang terdapat dalam graf. Dengan kata lain, aljabar lintasan (*path algebra*) adalah aljabar atas lapangan dengan basis himpunan semua lintasan dalam graf atau kombinasi graf dan aljabar. Dalam hal ini graf dilihat sebagai aljabar bukan sebagai objek kombinatorial. (Astriawati, 2015).

Selanjutnya graf tersebut juga dapat diperluas sehingga terbentuk graf baru yang disebut graf perluasan (*extended graph*). Pandangan baru dari perluasan ini dikemukakan oleh Leavitt, yaitu dengan menambahkan garis-garis yang berlawanan dengan garis nyata (*real edges*) dari graf tersebut. Dengan cara ini, setiap garis nyata dalam graf akan dipasangkan dengan garis baru yang terbentuk, yang disebut garis hantu (*ghost edges*). Aljabar lintasan Leavitt adalah aljabar lintasan yang digeneralisasikan oleh Leavitt ke graf yang diperluas dan memenuhi hubungan Cruntz-Krieger. Berdasarkan hal tersebut, aljabar lintasan merupakan sub-aljabar dari aljabar lintasan Leavitt yang unsur-unsurnya dibentuk dari lintasan yang memuat garis nyata.

Aljabar lintasan dan aljabar lintasan leavitt memiliki beberapa kesamaan sifat seperti keduanya bersifat k -aljabar asosiatif dan merupakan aljabar bertingkat.

Lebih spesifik untuk aljabar lintasan leavit merupakan Z-Aljabar bertingkat. Selain memiliki kesamaan aljabar lintasan dan aljabar lintasan leavitt juga memiliki beberapa perbedaan yakni pada sifat semiprimanya, sebarang graf E pada aljabar lintasan leavitt ialah semiprima tetapi tidak selalu berlaku untuk sebarang graf E pada aljabar lintasan. Sementara itu, pada teori gelanggang terbentuk struktur baru ideal dasar prima. Ideal dasar prima adalah sebuah struktur yang melatarbelakangi konsep kesemiprimaan. Konsep semiprima ini berkaitan dengan modul ataupun sub modul .

Berdasarkan pemaparan diatas peneliti tertarik untuk membahas sifat semiprima yang tidak selalu berlaku untuk sebarang graf E pada aljabar lintasan. Tujuan dari penulisan ini akan membahas secara lengkap dan sederhana mengenai syarat perlu dan cukup sifat semiprima pada aljabar lintasan, syarat suatu modul dan submodul bersifat semiprima serta karakteristik sifat semiprima pada aljabar lintasan.

1. 2. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian tersebut, peneliti merumuskan masalah penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana syarat cukup dan perlu suatu submodul dan modul bersifat semiprima?
2. Bagaimana karakteristik sifat semiprima pada aljabar lintasan?
3. Bagaimana syarat cukup dan perlu suatu aljabar lintasan bersifat semiprima?

1. 3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dikemukakan, maka dapat dirumuskan tujuan penelitian yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mengetahui syarat cukup dan perlu sifat semiprima pada aljabar lintasan.
2. Mengetahui karakteristik sifat semiprima pada aljabar lintasan.
3. Mengetahui syarat cukup dan perlu agar suatu modul atau submodul atas aljabar lintasan bersifat semiprima.

1. 4. Manfaat Penelitian

1.4.1. Manfaat Teoritis

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan wawasan baru dan dapat memperkaya wawasan ilmiah. Penelitian ini juga diharapkan dapat menjadi konstruktor dari hasil penelitian yang telah dilakukan sebelumnya dan menjadi bahan penelitian selanjutnya untuk penelitian sejenis.

1.4.2. Manfaat Praktis

Pertama, manfaat bagi mahasiswa sebagai panduan yang dapat digunakan untuk menambah wawasan tentang syarat cukup dan perlu suatu submodul dan modul semiprima, syarat cukup dan perlu sifat semiprima pada aljabar lintasan dan syarat perlu dan cukup sifat semiprima pada aljabar lintasan.

Kedua, manfaat bagi penulis untuk meningkatkan kemampuan analisis dan berpikir kritis serta memperluas wawasan tentang syarat cukup dan perlu suatu submodul dan modul semiprima, syarat cukup dan perlu sifat semiprima pada aljabar lintasan dan syarat perlu dan cukup sifat semiprima pada lintasan aljabar.

1. 5. Metode Penelitian

Dalam melakukan penelitian ini, peneliti menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif. Pendekatan deskriptif kualitatif adalah suatu metode pengolahan data dengan cara menganalisis dan menggambarkan segala kondisi atau situasi dari informasi yang dikumpulkan berupa observasi atau berbagai sumber lain seperti buku-buku yang telah dilakukan oleh peneliti. Singkatnya, pendekatan deskriptif kualitatif, di mana datanya berupa narasi yang diperoleh dari pengamatan atau berbagai sumber lain seperti buku.

Penelitian ini termasuk dalam jenis penelitian studi kepustakaan karena memanfaatkan berbagai sumber bacaan seperti buku, jurnal, dan hasil penelitian sebelumnya. Jenis penelitian studi kepustakaan adalah penelitian yang dilakukan berdasarkan data yang diperoleh dari berbagai karya tulis seperti hasil penelitian.

Teknik pembuktian dalam penelitian ini menggunakan berbagai teknik pembuktian yaitu: pembuktian langsung, pembuktian tidak langsung, pembuktian dengan kontradiksi, pembuktian dengan pembuktian penyangkal, pembuktian pernyataan ekuivalen, dan pembuktian ketunggalan. Kemudian, ditarik sebuah kesimpulan atas jawaban dari masalah-masalah penelitian. Dalam penarikan kesimpulannya menggunakan bentuk-bentuk kesimpulan dasar yang menarik, antara lain: conjunction, addition, modus ponens, constructive dilemma, hypothetical syllogism, simplification, disjunctive syllogism, modus tollens, destructive dilemma, dan absorption. (Wibisono, 2006)

Analisis data yang peneliti gunakan dalam melakukan penelitian ini adalah analisis data deduktif. Analisis data deduktif adalah analisis data dari informasi umum dan kemudian menarik kesimpulan yang lebih spesifik.

1. 6. Sistematika Penulisan

Secara keseluruhan tulisan ini terdiri atas lima bab. Lima bab tersebut adalah pendahuluan, kajian teori, kajian terkait teorema utama dan bab terakhir adalah penutup.

Bab I pendahuluan. Pada bab ini berisi tentang latar belakang ditulisnya karya ilmiah ini, selanjutnya dikemukakan rumusan masalah yang sesuai beserta tujuannya, manfaat peneliti baik manfaat teoritis maupun manfaat praktis, pendekatan dan jenis penelitian, sumber data, teknik pengumpulan data, analisis data dan teknik pembuktian dan sistematika penulisan yang digunakan pada penelitian ini.

Bab II membahas kajian teori tentang konsep-konsep untuk membuktikan suatu struktur dapat memenuhi aksioma gelanggang, lapangan, ruang vektor atas lapangan K dan Modul dan Submodul atas lapangan R . Konsep-konsep dan aksioma-aksioma tersebut meliputi pengertian gelanggang dan teorema-teorema yang membentuknya serta contohnya, pengertian lapangan, pengertian ruang vektor atas lapangan K dan Modul dan Submodul atas lapangan R serta hubungannya.

Bab III membahas kajian tentang konsep aljabar lintasan. Konsep aljabar, quiver, K-aljabar dan Aljabar Lintasan atas KQ. Pada bab ini membahas tentang pengertian dan operasi-operasi aljabar lintasan atas lapangan K pada Quiver Q dan juga pembuktian aksioma-aksioma yang berlaku padanya. Selanjutnya dibahas juga tentang pengertian dan operasi-operasi K-aljabar dan membuktikan aksioma-aksioma yang berlaku padanya. Selain itu, membahas juga tentang pengertian quiver dan aljabar.

Bab IV membahas tentang teorema utama. Pada bab ini disajikan pendefinisian ideal semiprima. Selanjutnya dibahas juga syarat cukup dan perlu sifat semiprima pada submodul dan modul. Kemudian dibahas juga karakteristik sifat semiprima pada aljabar lintasan serta syarat cukup dan perlu aljabar lintasan bersifat semiprima

Bab V adalah bab penutup, pada bab ini berisi kesimpulan atas pertanyaan-pertanyaan rumusan masalah yang penulis buat secara singkat dan detail dan pada bab ini juga menjelaskan tentang saran yang penulis sampaikan untuk pembaca terkait karya ilmiah ini.

